

EXAMEN FINAL 27/07/2022
ANÁLISIS NUMÉRICO (I) / ANÁLISIS NUMÉRICO

Apellido:

Nombre:

Cantidad de hojas entregadas (sin contar la hoja de enunciados):

Nota: Todos los desarrollos deben estar debidamente justificados.

1. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones suponiendo que está trabajando en un software que usa aritmética de punto flotante con 3 dígitos decimales usando redondeo:

$$\begin{aligned}x + 400y &= 801 \\ 200x + 200y &= 600\end{aligned}$$

¿Cuál es el error relativo porcentual que se comete en x e y si el mismo sistema se resuelve con la aritmética usual de números reales?

Sugerencia: Puede usar Regla de Cramer, Sustitución, Igualación, Reducción de matrices o algún otro método similar para resolver el sistema de ecuaciones 2×2 .

2. Sea $f(x) = \sqrt{x}$.

- (a) Obtener el polinomio P de grado menor o igual a 2 que interpola a $f(x)$ en los puntos $x_0 = 1$, $x_1 = 2.25$ y $x_2 = 4$.
(b) Calcular $P(2)$ y usar el teorema del error de interpolación para estimar el error en esta aproximación de $\sqrt{2}$.
(c) Calcular el error real y comparar con la estimación de la parte (b).

3. Si $f(x) = \frac{x + |x|}{2}$, encontrar la parábola $y = a_0 + a_1x + a_2x^2$ que minimiza la integral

$$\int_{-1}^1 [f(x) - y]^2 dx.$$

4. Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar.

- (a) Si la matriz A es diagonalmente dominante, entonces el método de Jacobi es convergente.
(b) Si la matriz A es simétrica, entonces el método de Jacobi es convergente.
(c) El método de Jacobi aplicado al sistema $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ converge cuando $x^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Parte Teórica

1. De la definición de precisión de una regla de cuadratura.
2. Enuncie y demuestre el teorema que define la fórmula de las diferencias divididas.
3. Explicar los métodos iterativos de sistemas lineales, origen, fórmula de iteración, tipos, algoritmo, resultados de convergencia, ventajas y desventajas.